

レイトレーシング法による再帰反射を利用した空中像光学系の 飛び出し距離に応じたボケ特性の再現

菅原 陵央[†] 小泉 直也[†]

[†] 電気通信大学情報理工学研究科 〒182-8585 東京都調布市調布ヶ丘 1-5-1

E-mail: [†]sugawara.ryo@media.lab.uec.ac.jp, ^{††}koizumi.naoya@uec.ac.jp

あらまし 本研究は、再帰反射を利用した空中像光学系（AIRR）をレイトレーシング法で再現することで、実物を組み立てることなく光学系を設計可能にすることを目的とする。AIRRによって形成される空中像は、再帰性反射材の角度や空中像の飛び出し距離などの配置条件によって輝度やボケの大きさが変わる。そのため、CGで空中像を再現する場合も、配置条件の違いによる見た目の変化を再現する必要がある。そこで本研究では、再帰性反射材の表面における光の拡がり、出射位置の変化を考慮した再帰反射モデルを提案する。実物の空中像の画像とのLPIPSを求めた結果、従来モデルよりLPIPSが平均0.080低下し、空中像飛び出し距離に応じた再現精度が向上した。

キーワード 空中像, AIRR, レイトレーシング, BRDF, 回折

Simulation of Bokeh Characteristics of Aerial Images Depending on Floating Distance in Aerial Imaging by Retroreflection

Ryo SUGAWARA[†] and Naoya KOIZUMI[†]

[†] Graduate School of Informatics and Engineering, The University of Electro-Communications
1-5-1 Chofugaoka, Chofu, Tokyo, 182-8585 Japan

E-mail: [†]sugawara.ryo@media.lab.uec.ac.jp, ^{††}koizumi.naoya@uec.ac.jp

Abstract This study aims to enable the design of aerial imaging optical systems based on Aerial Imaging by Retro-Reflection (AIRR) without the need for physical prototyping, by simulating them using a ray-tracing method. The appearance of mid-air images formed by AIRR varies depending on configuration parameters such as the angle of the retroreflector and the floating distance, which influence both brightness and blur. To accurately simulate these appearance variations in computer graphics, a model that accounts for such configuration-dependent effects is required. In this work, we propose a retroreflective model that incorporates both the spread of light on the retroreflector and ray shifts in the outgoing position. Experimental results demonstrate that our method achieves an average improvement of 0.080 in LPIPS compared to conventional models, when evaluated against photographs of real mid-air images.

Key words Mid-air Image, AIRR, Ray Tracing, BRDF, Diffraction

1. はじめに

空中像は、何もない実空間上に映像を結像させる技術である。観察者はHMDなどのデバイスを装着せずに、空中像を裸眼で観察できる。立ち寄った人がそのまま空中像を観察できるため、アミューズメントパークでの活用やサイネージなどの用途が考えられる。

再帰反射を利用した空中像光学系（Aerial Imaging by Retro-Reflection, AIRR）は、再帰性反射材、ハーフミラー、光源から構成される光学系であり [1], 再帰性反射材の傾きや空中像の

飛び出し距離などの配置条件によって空中像のボケが変化する。再帰性反射材を大きく傾けるほどボケが大きくなる。また、空中像の飛び出し距離が大きくなるほどボケが大きくなる。光学系を組む際は、これらの特性を考慮する必要がある。

空中像光学系をレイトレーシング法でシミュレーションすることで、実物を組み立てることなく、最適な配置を検討できる。空中像の輝度やボケ、迷光の位置などを考慮し、それらが空中像の見た目に影響しない配置を検討する必要がある。その際に、実物で試行錯誤を重ねるのは労力を要する。空中像光学系をレイトレーシング法でシミュレーションすれば、実

物を組み立てる前に空中像の見た目を確認できる [2].

AIRR をシミュレーションするための再帰性反射材モデルが提案されているが、空中像飛び出し距離に応じたボケ特性（配置条件に応じたボケ量の変化）は再現できていない [3]. 空中像を実用化するには、奥行き方向のボケ特性も考慮する必要がある。例えば、空中像を用いたサイネージやエンターテインメント分野での利用において、映像を可能な限り前方に飛び出して表示する場合を考える。その際、文字の可読性や実在感がボケによって損なわれないよう、適切な飛び出し距離を設計する必要がある。

本研究の目的は、再帰性反射材の傾きと空中像の飛び出し距離の両方に応じたボケ特性を、レイトレーシング法によって CG で再現することである。再帰性反射材の表面における光の拡がり、出射位置の変化の両方を考慮したモデルを作成する。その後、CG 空中像のボケ量が実物空中像のボケ量に近づくように、微分可能レンダリングによってモデルのパラメータを推定する。また、実物空中像と CG 空中像の類似度を算出し、モデルを評価する。

2. 関連研究

2.1 AIRR

AIRR は再帰性反射材、ハーフミラー、光源から構成される空中像光学系である [1]. 図 1 に AIRR の光学系を示す。光源から出た光がハーフミラーで反射し、再帰性反射材に入射する。その後、再帰反射した光がハーフミラーを透過し、空中像が形成される。

AIRR で形成された空中像にはボケが生じる。AIRR に利用されるコーナーキューブ型の再帰性反射材は、図 1 のような立方体の頂点部分が配列した構造であり、各面で 1 回ずつ反射した光が再帰反射光となる。その際、コーナー面での光の拡がり、出射位置の変化による光線シフトが起こり、これが空中像のボケの原因となる [4]. ボケは空中像の見た目に影響し、再帰性反射材の傾きや空中像の飛び出し距離によって大きさが変わる。そのため、これらの特徴を考慮にいれて光学系の配置を考えなければならない。

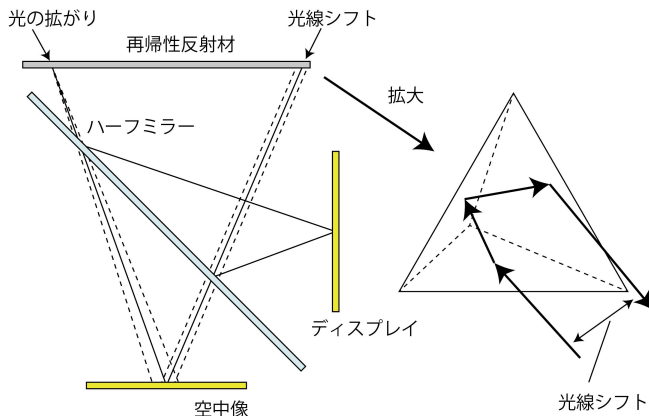


図 1 AIRR の光学系 (左)、コーナーキューブにおける再帰反射 (右)

2.2 空中像の CG シミュレーション

空中像を CG でシミュレーションすることで、実物を組み立てることなく光学系の配置を検討できる。Kiuchi ら [2] は、光学素子のモデルを Blender で作成し、レイトレーシング法により CG で空中像をレンダリングできるようにした。Hoshi ら [5] は、レイトレーシング法と画像処理を組み合わせ、迷光を見せない配置を検討できるようにした。これらの研究のように、AIRR においても、空中像の見た目をあらかじめ CG で確認したうえで、実物の光学系を配置できれば有用である。

これまでに AIRR を CG でシミュレーションするための再帰性反射材モデルが提案されているが、再帰性反射材の角度や空中像の飛び出し距離に応じたボケ特性が再現できていない。Guo ら [6] は、コーナーキューブ型再帰性反射材の BRDF (Bidirectional Reflectance Distribution Function) を提案した。しかし、モデルの構造が空中像に利用されるものとは異なり、再帰性反射材の傾きに応じたボケ特性を再現できていない。Saito ら [3] は、空中像に利用される再帰性反射材を再現し、出射時の光の拡がりを Microfacet 理論で表現した。しかし、光の出射位置の変化を考慮しておらず、飛び出し距離に応じたボケ特性を再現できていない。

2.3 微分可能レンダリング

モデルのパラメータを推定する方法として、微分可能レンダリングを用いる方法が知られている。微分可能レンダリングとは、レンダリング画像から 3D モデルやマテリアルなどのシーン中のパラメータを推定する手法であり、効率的にパラメータを推定する手法が研究されている。例えば、Vicini ら [7] は、線形時間かつ少ないメモリ量で微分可能レンダリングを行うアルゴリズムを提案し、オープンソースレンダラーの Mitsuba 3 [8] に実装した。

本研究においても、微分可能レンダリングを利用してモデルのパラメータを推定した。Saito ら [3] のように、パラメータの範囲や刻み幅を定めて網羅的にレンダリングする方法ではなく、微分可能レンダリングによって探索空間を集中的に探索することで、空中像を再現するためのパラメータを精度よく推定できると考えられる。

3. 提案手法

本研究では、再帰反射における出射光の拡がり、出射位置の変化を考慮した再帰反射モデルを提案する。出射光の拡がりを再現するために、sinc 関数の 2 乗に基づいて出射方向の分布を表現する。空中像の輝度は反射率パラメータによって、ボケの大きさは拡がり角パラメータによってそれぞれ調整される。出射位置の変化を再現するために、コーナーキューブの 3D モデルを作成し、光線のシミュレーションによって、シフト量の分布を作成する。

3.1 コーナー面での光の拡がりの再現

出射光の拡がりはコーナー面での回折や製造誤差、表面の粗さなど様々な要因が考えられるが、本研究では、回折によるものが支配的であるという Kakinuma らの主張 [4] に基づいてモデルを作成する。図 2 のようにコーナー面を正面から見た

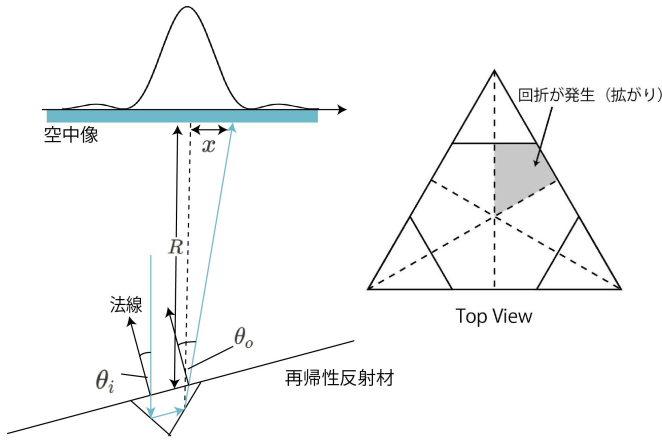


図2 再帰反射モデルの概略図

とき、中央の六角形の領域に入射した光が再帰反射する。藤井ら [9] の解析によると、入射光はコーナー面に対する入射位置によって異なる経路をたどり、再帰反射する。その際、六角形の領域を6つに分割したそれぞれの四角形を開口とする回折が起こる。四角形開口からの回折光の強度分布は sinc 関数の2乗で表されるため、コーナーキューブにおける回折光も、同様の分布関数で近似できると考えられる。

回折光の強度分布を、その方向に光線が出射する確率とみなしてモデルを作成する。図2のように、角度 θ_i で入射した光が、コーナー面から距離 R だけ離れた空中像に向かって理想的な再帰反射方向とずれた出射角 θ_o で出射する際、 $x = R \tan(\theta_o - \theta_i)$ だけ光線の到達位置にずれが生じる。到達位置のずれ x は sinc 関数の2乗に従うため、反射モデルは以下の式 (1) によって表される。なお、 μ は再帰反射における反射率、 a は拡がり角パラメータである。

$$f(\theta_i, \theta_o) = \frac{\mu \sin^2(aR \tan(\theta_o - \theta_i))}{(aR \tan(\theta_o - \theta_i))^2} \quad (1)$$

3.2 コーナー面での出射位置の変化の再現

出射位置の変化を再現するために、コーナーキューブの3Dモデルを作成し、レンダラーの光線シミュレーションでシフト量の分布を作成する。図3のように、光線の生成面からコーナーキューブモデルに対して光線を射出する。モデルと光線が衝突した点の座標を記録し、3回反射した光の入射位置と出射位置のずれを計算する。なお、ずれ量はコーナーキューブの稜線の長さを1.0としたときの値である。生成面上の位置を変えながら光線を生成し、シフト量のヒストグラムを作成する。それを方位角 ϕ 、入射角 θ を変えながら行い、分布を角度ごとに作成する。最後に、入射角 θ ごとの分布にまとめる。

レンダリング時は、作成した分布に従ってシフト量を算出し、出射位置を変える。光が角度 θ で入射した際に、その角度に対応する分布 $P(\theta)$ を用いてずれ量を計算する。なお、コーナー面の大きさは再帰性反射材によって異なるため、コーナーサイズ c (図3中のコーナーキューブ稜線の長さ) をパラメータとして、ずれ量に c を掛けた値を光線シフト量とする。ま

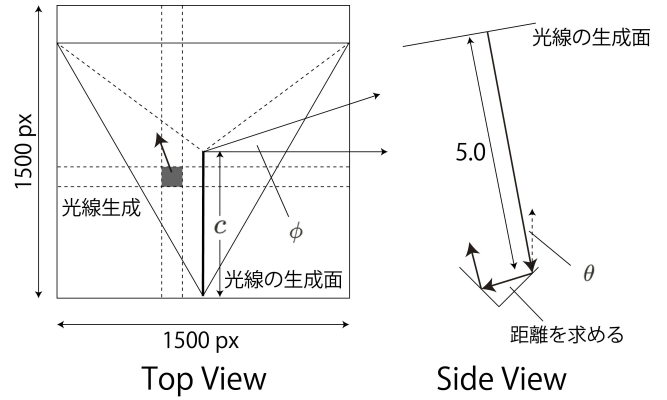


図3 光線シフトシミュレーション時のセットアップ

た、光線をシフトさせる方向はランダムに決定する。

3.3 モデルのパラメータ

提案するモデルのパラメータは、反射率 μ 、拡がり角パラメータ a 、コーナーサイズ c の3つである。反射率 μ は、空中像の輝度に関わるパラメータである。拡がり角パラメータ a は、再帰反射光の回折の程度を表すパラメータである。値が小さいほど sinc 関数の拡がりが大きくなる。コーナーサイズ c は再帰性反射材によって異なる。そのため、適切な c の値は、再現する再帰性反射材ごとに求める必要がある。

4. 実装

本研究ではオープンソースレンダラーの Mitsuba 3 [8] でモデルを実装し、MTF (Modulation Transfer Function) を用いた微分可能レンダリングによってモデルのパラメータを推定した。MTF は光源から出た光が光学系を介して結像する際のボケ量を表す指標の1つである。実物空中像の MTF と、CG 空中像の MTF の差分を損失関数とし、勾配降下法によってパラメータを推定した。

4.1 モデルの実装

拡がり角分布 (式 (1)) の実装においては、 $\theta (= \theta_o - \theta_i)$ ごとの f の値を LookUp Table に保存し、レンダリングに用いた。LookUp Table には、 $\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$ の範囲を 30000 点に分割し、値を保存した。その後、総和が1になるように正規化した。

光線シフトの分布作成においては、Blender でモデリングしたコーナーキューブの3Dモデルを用い、Mitsuba 3 で光線シフトのシミュレーションを行った。コーナーキューブの各面には粗さのない鏡面反射 BRDF を割り当てた。図3のように、生成面をコーナーキューブから 5.0 離れた位置に配置し、 1500×1500 に区切った各点から1本ずつ光線を生成した。 $\phi \in [0, 180^\circ]$ 、 $\theta \in [0, 45^\circ]$ の範囲で 5° ずつ角度を変えながらシフト量を記録し、それぞれの角度条件ごとにヒストグラムを作成した。作成したヒストグラムは最終的に θ ごとの10個の分布にまとめ、それぞれで合計が1になるように正規化した。

4.2 MTF の測定

図4に示す光学系を作成し、傾斜エッジ法によって実物空中像の MTF を測定した。再帰性反射材は日本カーバイド工業製の RF-Ay, RF-AN の2つを用いた。光源は 5° に傾けたアブゾー

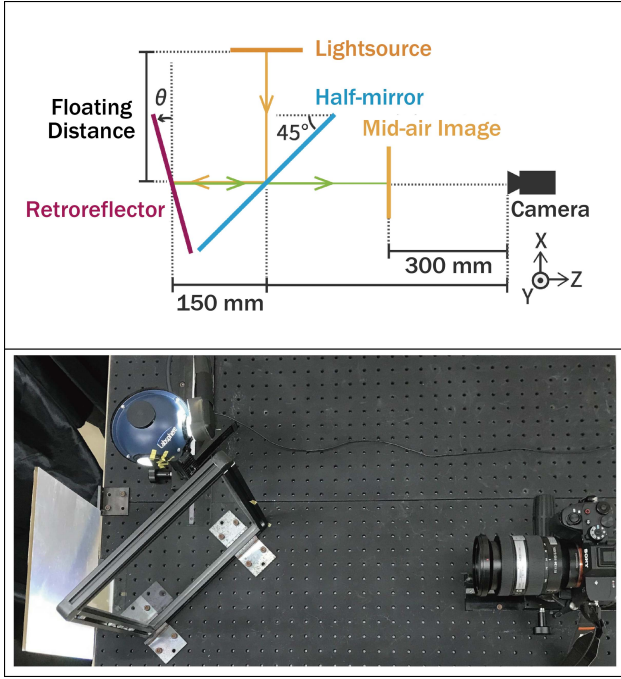


図4 MTF計測時の光学系

バーを貼り付けた積分球（Labsphere 社製，3P-GPS-040-SF）を用い，白色の LED ライトで光を入れて，MTF 測定用のエッジとした．カメラは Sony 製の α 7R V（ILCE-7RM5），レンズは Sony 製の FE 24-105mm F4 G OSS（SEL24105G）を使用し，空中像と 300 mm 離れた位置から撮影した．F 値は 4.0，ISO 感度は 100，シャッタースピードは 1/13，レンズの焦点距離は 50 mm とした．

微分可能レンダリングで用いる CG 空中像の MTF 測定においては，実物と同様の光学系を Mitsuba 3 上で作成した．光学系のサイズは，Mitsuba 3 の 1 座標を 1 mm として，実物のサイズと合わせた．光源として，白い長方形の上に 5° 傾けた黒い長方形を重ねて作成したエッジ画像を用い，Mitsuba 3 のエリアライト Emitter（Intensity 10.0）を割り当てた．ハーフミラーモデルは Saito ら [3] が作成したモデルを用いた．カメラモデルは Mitsuba 3 の Perspective sensor を用い，実物のエッジ空中像の画像と解像度を合わせた．レンダリング時の samples-per-pixel (spp) は 512 とした．

再帰性反射材の傾きと空中像の飛び出し距離を変化させながら，それぞれの条件ごとに実物空中像の MTF を測定した．再帰性反射材の傾きを変える際は，空中像飛び出し距離を 150 mm に固定し， 0° から 45° の範囲を 5° 刻みで変化させながら撮影した．空中像の飛び出し距離を変える際は，再帰性反射材の傾きを 0° に固定し，150 mm から 300 mm の範囲を 25 mm 刻みで変化させながら撮影した．なお，飛び出し距離ごとに 1 lp/mm 以下の領域で MTF の平均を求め，その推移を一次近似して傾き d_{real} を計算した． d_{real} は，次節で述べる微分可能レンダリングに用いた．

4.3 微分可能レンダリングによるパラメータ推定

最初に式 (1) の拡がり角パラメータ a と，光線シフトパラ

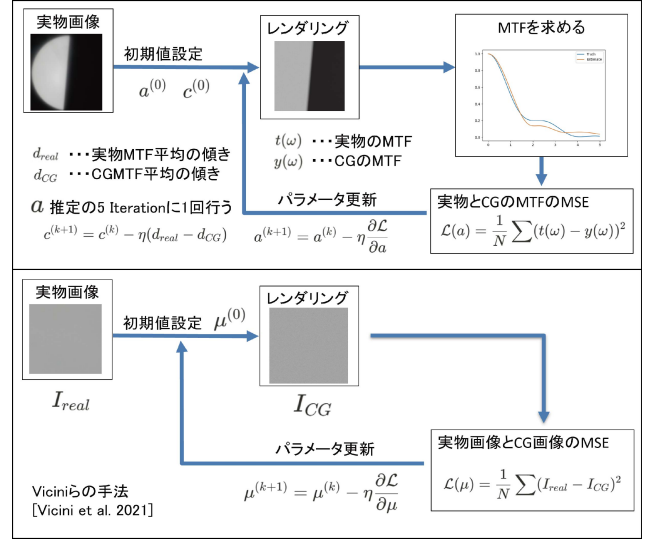


図5 微分可能レンダリングによるパラメータ推定フロー

表1 初期値，イテレーション数，学習率

	初期値	イテレーション数	学習率
a	2.0	100 (300)	0.05
c	0.0	100 (300)	220
μ	0.0	100	0.1

メータ c を，図 5 に示すフローに従って同時に推定した．最初に初期値を設定し，エッジ画像を光源とした CG 空中像をレンダリングし，MTF を求める．求めた MTF の 1 lp/mm 以下の範囲を実物と CG でそれぞれ求め，それらの MSE（Mean Squared Error）を損失関数とする（式 2）．

$$\mathcal{L}(a) = \frac{1}{N} \sum (t(\omega) - y(\omega))^2 \quad (2)$$

なお， $t(\omega)$ は実物の正解 MTF 曲線， $y(\omega)$ は CG の推定中の MTF 曲線である．次に，勾配降下法によって a を更新する．ここまです 1 イテレーションとし，更新したパラメータを用いて繰り返す．再帰性反射材の傾き（ 0° から 45° ， 5° 刻み）ごとに a を推定する．なお， c の推定は再帰性反射材の角度が 0° のときのみ行い，その他の角度条件では 0° 条件で推定した c の値を用いる． c の推定においては，飛び出し距離を 300 mm にした状態でエッジ画像をレンダリングし，MTF を求める．その後，150 mm 条件の MTF 平均と，300 mm 条件の MTF 平均で傾き d_{CG} を求める．以下の式 (3) のように，CG 空中像の飛び出し距離に応じた MTF 平均の傾きが実物のものに近くなるように c を推定する．

$$c^{(k+1)} = c^{(k)} - \eta(d_{real} - d_{CG}) \quad (3)$$

次に，再帰性反射材の反射率 μ を推定する． 440×440 の白色の正方形を光源とした実物空中像の画像を撮影し，それを入力画像として，Vicini ら [7] の手法によって微分可能レンダリングを行う．損失関数は，以下の式 (4) で表されるように，実物空中像の画像 I_{real} と CG 空中像の画像 I_{CG} の MSE である．

$$\mathcal{L}(\mu) = \frac{1}{N} \sum (I_{real} - I_{CG})^2 \quad (4)$$

表2 パラメータ推定結果

		0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°
RF-Ay	a	9.93020	7.88426	7.84838	7.15263	7.38482	5.10610	3.51115	2.45607	1.68079	1.17931
	c	0.94966	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	μ	0.33505	0.296091	0.28343	0.26988	0.26051	0.21822	0.16955	0.15701	0.15030	0.10973
RF-AN	a	1.11525	1.21330	1.17668	1.11118	1.04005	0.91214	0.91345	0.87024	0.83253	0.80145
	c	0.0015561	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	μ	0.19005	0.18829	0.18553	0.17516	0.16337	0.14978	0.13852	0.12151	0.10831	0.088765

表3 LPIPS の比較 (RF-Ay 飛び出し距離)

飛び出し距離		Image 1	Image 2	Image 3
150 mm	Ours	0.31913	0.28348	0.33048
	Saito	0.39947	0.35256	0.40249
	diff	0.08034	0.06908	0.07201
300 mm	Ours	0.33316	0.29574	0.34940
	Saito	0.39795	0.34098	0.44961
	diff	0.06479	0.04524	0.10021

表4 LPIPS の比較 (RF-AN 飛び出し距離)

飛び出し距離		Image 1	Image 2	Image 3
150 mm	Ours	0.31095	0.26276	0.29993
	Saito	0.37942	0.35124	0.38504
	diff	0.06847	0.08848	0.08511
300 mm	Ours	0.32469	0.27676	0.31383
	Saito	0.37684	0.32418	0.39535
	diff	0.05215	0.04742	0.08152

表1に、各パラメータの初期値、イテレーション数、学習率を、表2に、パラメータの推定結果をそれぞれ示す。なお、カッコ中の数値は0°条件の推定におけるイテレーション数である。

5. 評価

提案モデルでレンダリングした空中像と、実物の空中像のLPIPS [10] を求めた。LPIPS は画像の類似度を人間の主観に近い形で算出する評価指標である。Saito らのモデルでレンダリングした空中像に比べて実物に近い空中像がレンダリングできるか評価した。

5.1 実験手順・条件

MTF 測定時と同様のセットアップで実物の空中像を撮影した。再帰性反射材として RF-Ay, RF-AN の2種類を使用した。光源として、LIVE Image Quality Assessment Database [11] の画像7種類を480×480にトリミングし、iPadで表示した。再帰性反射材の角度を0°から45°の範囲で5°刻みで変化させながら、飛び出し距離を150 mmから300 mmの範囲で25 mm刻みで変化させながら測定した。

CGの空中像はSaitoら[3]のモデルと、本研究で実装したモデルのそれぞれを用いてレンダリングした。Saitoらのモデルの反射率はSaitoらが求めたものを用い、粗さパラメータは、今回測定したMTFでSaitoらと同様の手続きで求めた。本研究で実装したモデルのパラメータは、前章の方法で推定した結果を利用した。

5.2 結果

表3, 4に示す通り、SaitoらのモデルよりもLPIPSが低くなった。LPIPSが低いほど、実物空中像の画像と類似しており、シミュレーション精度が高い。そのため、Saitoらのモデルよりも実物に対する再現精度が向上していると言える。今回のモデルのLPIPSは、従来モデルのLPIPSよりも平均0.080低くなった。

図6と図7に3種類の光源画像でレンダリングした例を示す。RF-Ay条件下において、従来モデルでは飛び出し距離を150 mmから300 mmにした際のボケ量の変化が実物よりも大きくなっているが、本研究のモデルでは、精度よくボケ量の変化を再現できている。RF-AN条件下においても、実物と同様に、飛び出し距離を増やすとボケ量が大きくなる特性を再現できている。

6. 考察

反射率 μ の推定におけるリミテーションは、実物とCGのディスプレイ輝度のずれによる影響である。今回推定した反射率は、実物の再帰性反射材よりも低い結果となった。具体的には、RF-ANの0度条件の反射率は0.190となった。一方で、実物のディスプレイと空中像の輝度比を求め、RF-ANの反射率を計算した結果は0.258であった。今回は空中像の輝度が実物に近づくように反射率を推定したため、実物とCGでディスプレイ輝度が完全に一致していない場合、反射率は異なる数値に収束する。今後は、ディスプレイと空中像の輝度比を用いて反射率を推定し、輝度の違いによる影響を軽減する。

パラメータ a , c の推定におけるカメラモデルの違いによる影響について考える。実物空中像のMTFは、AIRR光学系のMTFにカメラレンズのMTFが乗算されたものである。一方で、CG空中像のMTFを求める際には、レンズの影響が考慮されていない。ただし、本研究で使用したカメラレンズのMTF値は、F値が8.0の場合においても10.0 lp/mm以下の領域で1.0に近い値をとっている^(注1)。したがって、カメラモデルの違いによって生じるMTF測定結果への影響は小さいと考えられる。

7. おわりに

本研究では、光学系の配置条件によるボケ特性を再現する

(注1) : https://www.sony.jp/ichigan/products/SEL24105G/feature_1.html

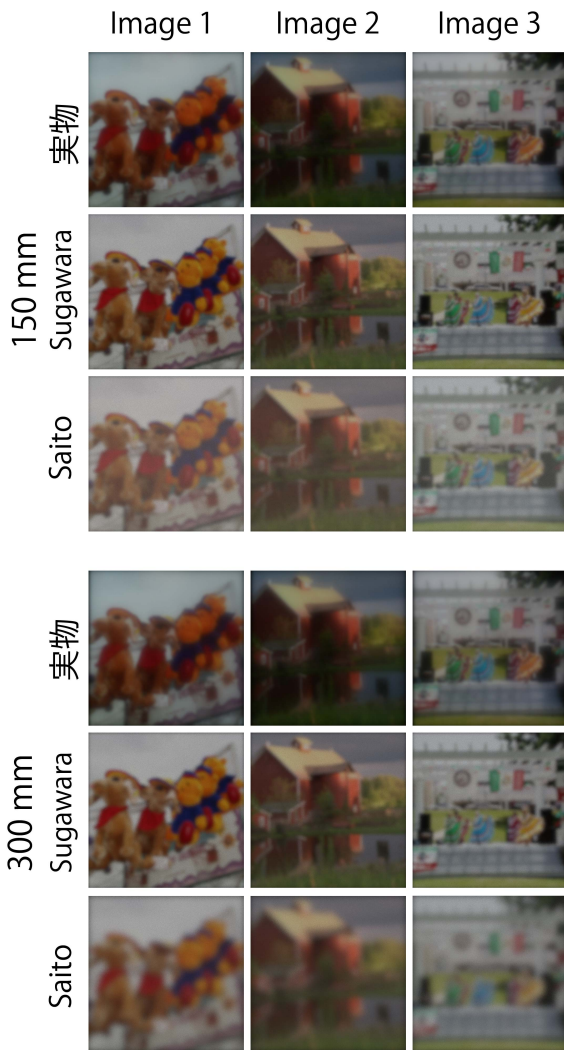


図6 RF-Ayの飛び出し距離150 mmと300 mmのレンダリング結果

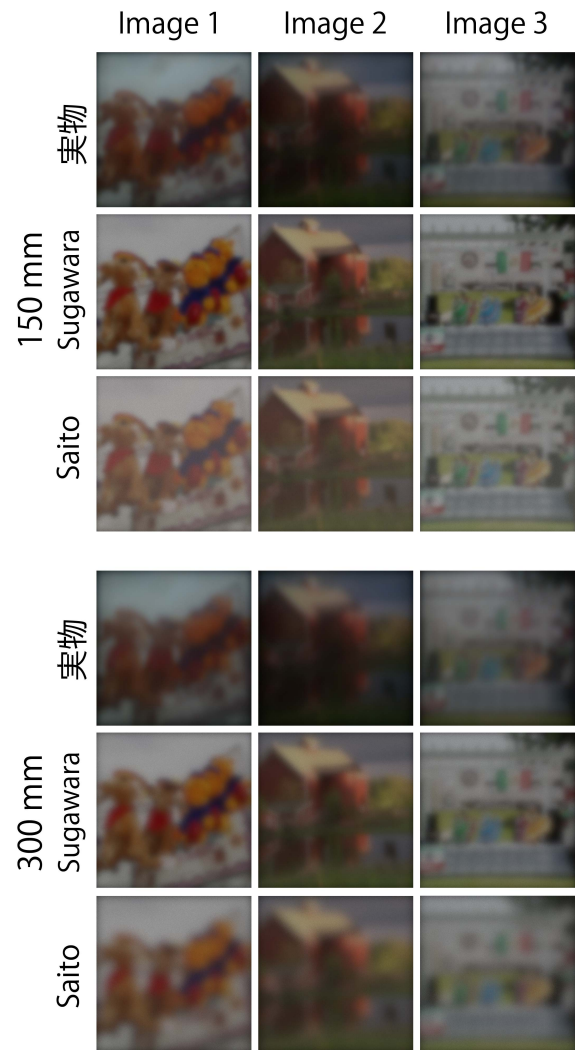


図7 RF-ANの飛び出し距離150 mmと300 mmのレンダリング結果

ために、再帰性反射材の反射モデルを提案した。再帰反射時の光の拡がりや回折によるものが支配的であるという仮定のもと、sinc関数の2乗を用いてモデルを作成した。また、光線シフトによる出射位置の変化を、光線シミュレーションで分布を作成することで再現した。

LPIPSでモデルを評価した結果、従来のモデルに比べて実物に近い空中像がレンダリングできた。空中像飛び出し距離条件でLPIPSが従来モデルより平均0.080低下し、実物と同様のボケ特性を再現できた。

8. 謝 辞

本研究はJST創発的研究支援事業JPMJFR216Lの助成を受けて行われた。この場を借りて謝意を表す。

文 献

- [1] H. Yamamoto, Y. Tomiyama, and S. Suyama, "Floating aerial led signage based on aerial imaging by retro-reflection (airr)," *Optics express*, vol.22, no.22, pp.26919–26924, 2014.
- [2] S. Kiuchi and N. Koizumi, "Simulating the appearance of mid-air imaging with micro-mirror array plates," *Computers & Graphics*, vol.96, pp.14–23, 2021.
- [3] A. Saito, Y. Yue, and N. Koizumi, "Simulating the appearance of aerial images formed by aerial imaging by retrorreflection," *Optical Review*,

- vol.31, no.4, pp.395–408, 2024.
- [4] R. Kakinuma, N. Kawagishi, M. Yasugi, and H. Yamamoto, "Influence of incident angle, anisotropy, and floating distance on aerial imaging resolution," *OSA Continuum*, vol.4, no.3, pp.865–878, March 2021. <https://opg.optica.org/osac/abstract.cfm?URI=osac-4-3-865>
- [5] A. Hoshi, S. Kiuchi, and N. Koizumi, "Simulation of mid-air images using combination of physically based rendering and image processing," *Optical Review*, vol.29, no.2, pp.106–117, 2022.
- [6] J. Guo, Y.-w. Guo, and J.-g. Pan, "A retroreflective brdf model based on prismatic sheeting and microfacet theory," *Graphical Models*, vol.96, pp.38–46, 2018.
- [7] D. Vicini, S. Speierer, and W. Jakob, "Path replay backpropagation: Differentiating light paths using constant memory and linear time," *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, vol.40, no.4, pp.1–14, 2021.
- [8] W. Jakob, S. Speierer, N. Roussel, M. Nimier-David, D. Vicini, T. Zeltner, B. Nicolet, M. Crespo, V. Leroy, and Z. Zhang, "Mitsuba 3 renderer," 2022. <https://mitsuba-renderer.org>.
- [9] 藤井陽一, 中嶋邦宏, "光コーナリフレクターの解析," 生産研究, vol.21, no.11, pp.611–616, 1969.
- [10] R. Zhang, P. Isola, A.A. Efros, E. Shechtman, and O. Wang, "The unreasonable effectiveness of deep features as a perceptual metric," *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition*, pp.586–595, 2018.
- [11] H.R. Sheikh, Z. Wang, L. Cormack, and A.C. Bovik, "Live image quality assessment database release 2," 2005. <http://live.ece.utexas.edu/research/quality>